648. D'Amore B., Font V., Godino D.J. (2008). La dimensione metadidattica dei processi di insegnamento e di apprendimento della matematica. *La matematica e la sua didattica*. Vol. 22, n° 2, 207-235. ISSN: 1120-9968.

La dimensione metadidattica nei processi di insegnamento e di apprendimento della matematica[1]

Bruno D'Amore
Università di Bologna

Vicenç Font
Università di Barcelona

Juan D. Godino
Università di Granada

A Guy Brousseau in occasione del suo 75° compleanno

Lavoro realizzato nell'àmbito del progetto di ricerca, SEJ2007-60110/EDUC. MCYT-FEDER.

Summary. *Mathematics classroom is considered as a micro-society where the building and diffusion of mathematical knowledge takes place through the social interactions between the teacher and the students. Therefore, mathematics learning is conditioned by different mathematical and didactical meta-knowledge. In this paper we first summarize the theoretical notions used to study the norms that rule the social construction of mathematical knowledge, in particular socio-mathematical norms and didactic contract. We then propose a global approach to study the meta-didactical dimension of mathematics teaching and learning processes, by using some notions of the onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction.*

Sunto. *La classe di matematica costituisce una micro-società in cui ha luogo la costruzione e la diffusione della conoscenza matematica attraverso le interazioni sociali tra gli studenti e il professore. Di conseguenza, l'apprendimento matematico è condizionato da diverse metaconoscenze matematiche e didattiche. In questo articolo facciamo una esame delle nozioni teoriche usate per lo studio delle norme che regolano la costruzione sociale*

---

[1] Versione ampliata e rivista della conferenza su invito al *IIe Congrès International sur la Théorie Anthropologique de Didactique*, Uzès (Francia), 31 ottobre - 3 novembre 2007.

della conoscenza matematica nei processi di insegnamento e apprendimento della matematica, usando alcune idee dell'approccio ontosemiotico della conoscenza e dell'istruzione matematica.

Resumen. *La clase de matemáticas constituye una micro-sociedad donde tiene lugar la construcción y difusión del conocimiento matemático a través de las interacciones sociales entre los estudiantes y el profesor. En consecuencia, el aprendizaje matemático está condicionado por diversos metaconocimientos matemáticos y didácticos. En este artículo, hacemos una revisión de nociones teóricas usadas para el estudio de las normas que regulan la construcción social del conocimiento matemático, en particular las normas sociomatemáticas y el contrato didáctico. Seguidamente proponemos una aproximación global al estudio de la dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, usando algunas nociones del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática.*

Resumo. *A aula de matemática constitui uma micro-sociedade onde acontece a construção e a difusão do conhecimento matemático através das interações sociais entre os estudantes e o professor. Então a aprendizagem matemática è condicionado por vários metaconhecimentos matemáticos e didáticos. Neste artigo esboçamos as noções teóricas usadas pelo estudo das normas que regram a construção social do conhecimento matemático nos processos de ensino e aprendizagem da matemática, usando algumas idéias do enfoque ontosemiotico do conhecimento e da instrução matemática.*

Résumé. *La classe de mathématiques constitue une micro-société dans la quelle a lieu la construction et la diffusion de la connaissance mathématique par le moyen d'interactions sociales entre les étudiants et le professeur. Par conséquent l'apprentissage des mathématiques est conditionné par plusieures métaconnaissances mathématiques et didactiques. Dans cet article nous faisons un examen des notions théoriques utilisées dans l'étude des normes qui règlent la construction sociale de la connaissance mathématique dans les processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques, en faisant usage de quelques idées de l'approche ontosémiotique de la connaissance et de la formation mathématique.*

Zusammenfassung. *In der mathematischen Unterrichtsstunde operiert eine Mikro-Gesellschaft in der, die Aufbau und die Verbreitung von der mathematischen Kenntnis durch die sozialen Interaktionen zwischen den Studenten und dem Lehrer geschieht. Daraus folgt, dass der mathematische Lernprozess von mehreren mathematischen und didaktischen Metakenntissen abhängig ist. In diesem Artikel machen wir eine Prüfung der theoretischen Begriffe, die in der Studie der Normen verwendet sind, die die soziale Aufbau*

des mathematischen Wissens in den mathematischen Lehr- und LernProzessen regeln. Darin verwenden wir einige Ideen der ontosemiotischen Annäherung der mathematischen Kenntnis und Ausbildung.

1. Livelli di analisi didattica dei processi di studio matematico

In diversi lavori realizzati nell’àmbito dell’“approccio ontosemiotico della conoscenza matematica”[2] (Godino, Batanero, 1994; Font, Godino, 2006; Godino, Contreras, Font, 2006; Godino, Font, Wilhemi, 2006; D’Amore, Godino, 2006; Godino, Font, Wilhelmi, Castro, 2007; Godino, Bencomo, Font, Wilhelmi, 2006) sono stati proposti cinque livelli o tipi di analisi applicabili a un processo di studio matematico:

1) analisi dei tipi di problema e dei sistemi di pratiche (significati sistemici);
2) elaborazione delle strutture di oggetti e dei processi matematici;
3) analisi delle linee e delle interazioni didattiche;
4) identificazione del sistema di norme e metanorme che condizionano e rendono possibile il processo di studio (dimensione normativa);
5) valutazione della idoneità didattica del processo di studio.

Il primo livello di analisi si propone di studiare le pratiche matematiche realizzate nel processo di studio esaminato. La realizzazione di una pratica è qualcosa di complesso che mobilita differenti elementi, vale a dire: un agente che realizza la pratica, un mezzo attraverso il quale detta pratica si realizza (in questo mezzo si possono avere altri agenti, oggetti etc.). Posto che l’agente realizza una sequenza di azioni finalizzate alla risoluzione di un tipo di situazioni-problema, è necessario considerare anche, tra gli altri aspetti, fini, intenzioni, valori, oggetti e processi matematici.

Il secondo livello di analisi si centra negli oggetti e nei processi che intervengono nella realizzazione delle pratiche, e anche in quelli che da questi emergono. La finalità di questo secondo livello di analisi è quella di descrivere la complessità ontosemiotica delle pratiche matematiche come fattore esplicativo dei conflitti semiotici che si producono nel corso della loro realizzazione.

Dal momento che lo studio della matematica ha luogo, usualmente, sotto la direzione di un insegnante e in una interazione con altri apprendenti, l’analisi didattica dovrebbe svilupparsi dalla situazione – problema e

[2] Lavori disponibili in Internet: http://www.ugr.es/local/jgodino

dalle pratiche matematiche necessarie per la sua realizzazione (analisi 1) alle configurazioni di oggetti (epistemici / cognitivi) e ai processi matematici che rendono possibili tali pratiche (analisi 2) verso lo studio delle configurazioni didattiche e delle loro articolazioni in traiettorie didattiche.
Tale studio costituisce un terzo livello o tipo di analisi didattica orientato, soprattutto, alla descrizione dei modelli di interazione e della loro messa in relazione con gli apprendimenti degli studenti (traiettorie cognitive).
Le configurazioni didattiche e le loro articolazioni in traiettorie didattiche, sono condizionate e supportate da una complessa trama di norme e metanorme che non solo regolano la dimensione epistemica dei processi di studio (livelli di analisi 1 e 2), ma ne regolano anche altre dimensioni (cognitiva, affettiva etc.).
Il quarto livello di analisi considerato nell'"approccio ontosemiotico" (EOS) si propone di studiare questa complessa trama di norme e metanorme che sostengono e condizionano il processo di studio. Tale livello di analisi è il risultato dell'analisi dei fenomeni di carattere sociale che si verificano nei processi di insegnamento e apprendimento della matematica.
I quattro livelli di analisi descritti sono strumentazioni per una didattica descrittiva – esplicativa; servono, cioè, per comprendere e rispondere alla domanda: che cosa sta succedendo qui e perché?
Tuttavia, la Didattica della Matematica non dovrebbe limitarsi alla mera descrizione che lascia tutto come stava, ma dovrebbe aspirare a migliorare il funzionamento dei processi di studio. Pertanto, sono necessari criteri di "idoneità" o adeguazione che permettano di valutare i processi di istruzione effettivamente realizzati e "guidare" il suo miglioramento. Si tratta di realizzare una azione, o meta-azione per essere più precisi (la valutazione), che ricade su altre azioni (le azioni realizzate nei processi di istruzioni). Di conseguenza, deve essere considerata la fusione di una razionalità axiologica nell'educazione matematica che permetta l'analisi, la critica, la giustificazione della scelta dei mezzi e dei fini, la giustificazione del cambio etc.
Di conseguenza, riteniamo necessario applicare un quinto livello di analisi ai processi di studio matematico, centrato sulla valutazione della sua *idoneità didattica* (Godino, Bencomo, Font, Wilhelmi, 2006). Tale analisi si basa sulle quattro analisi precedenti e costituisce una sintesi

finale orientata alla identificazione di potenziali miglioramenti del processo di studio in nuove implementazioni.
L'obiettivo di questo articolo è approfondire il quarto livello di analisi, cioè sviluppare strumentazioni per lo studio delle norme e metanorme che condizionano e supportano i processi di studio matematico. In particolare, si realizza uno studio della matematica che integra quello realizzato in Godino, Font, Wilhelmi, Castro (2007) sulle norme che regolano i processi di studio. Allo stesso modo si sviluppa il lavoro di D'Amore (2005) e D'Amore, Godino (2007).
Una volta presentati i diversi livelli dell'analisi didattica ed esposta la necessità di sviluppare strumentazioni per l'analisi della dimensione normativa (e metanormativa), nel paragrafo che segue operiamo una sintesi delle nozioni teoriche usate in Didattica della Matematica per affrontare lo studio della dimensione normativa e metanormativa. Nel terzo paragrafo proponiamo un posizionamento dell'"approccio ontosemiotico" (EOS) sulle costruzioni esposte nei paragrafi precedenti[3] e indichiamo alcune implicazioni che derivano da questo stesso. Perciò introduciamo, tra le altre, le nozioni di metapratica e metaoggetto.

2. Premesse teoriche sulle norme in educazione matematica

Lo studio dei fenomeni di carattere sociale che avvengono nei processi di insegnamento e apprendimento della matematica costituisce una linea di ricerca di crescente sviluppo in educazione matematica. Si integrano in questo modo le ricerche di carattere cognitivo che centrano la loro attenzione principalmente nell'apprendimento del soggetto individuale.
In questi lavori, *sapere* e *fare* matematica viene concepito come una attività essenzialmente culturale e sociale (Lerman, 2000).
Lo studio delle ricordate funzioni legate alle interazioni sociali nella classe e della loro dipendenza da altri fattori esterni (culturali, politici etc.) è stato affrontato da diverse impostazioni e usando strumentazioni teoriche differenti. Così, dall'Interazionismo simbolico (Sierpinska, Lerman, 1996; Godino, Llinares, 2000) si usa la nozione di "norma sociale" e di "norma sociomatematica" (Cobb, Bauersfeld, 1995; Yackel, Cobb, 1996); nella Teoria delle situazioni didattiche (Brousseau,

[3] In questo lavoro non affronteremo lo studio della metacognizione (nel senso dei soggetti individuali). Il lettore può consultare la tesi di Gusmao (2006) dove si affronta la metacognizione individuale con nozioni teoriche del EOS.

1986) alcuni aspetti del "contratto didattico" svolgono un ruolo simile a quello detto prima; in un àmbito sociologico più generale, si utilizza, tra le altre, la nozione di "habitus" (Bourdieu, 1972) per spiegare il processo per il quale il sociale si interiorizza negli individui.
Nel paragrafo 2.1. tracciamo una sintesi delle nozioni elaborate nell'àmbito dell'Interazionismo simbolico per affrontare lo studio dei fenomeni di carattere sociale nelle ore di matematica. Nel paragrafo 2.2. sintetizziamo la nozione di contratto didattico nel modo in cui essa è concepita nella Teoria delle situazioni didattiche e anche quella di metacontratto didattico proposta da Chevallard (1988). Nel paragrafo 2.3. descriviamo le nozioni di gruppi secondari nelle ore di matematica e le pratiche di adattamento, sviluppata da D'Amore (2005). L'uso che si fa in questo lavoro del prefisso "meta", applicato alle pratiche, ci porta ad esplorare le ricerche didattiche che si sono interessate della dimensione "meta" (metacognizione e metaconoscenza), in particolare il lavoro di Robert e Robinet (1996) che sintetizziamo nel paragrafo 2.4.

2.1. Norme sociali e sociomatematiche

Le ricerche in educazione matematica realizzate nell'àmbito dell'Interazionismo simbolico (Sierpinska, Lerman, 1996; Godino, Llinares, 2000) mettono in evidenza che le interazioni tra insegnante e allievi si manifestano con frequenza rigide a causa di obblighi o norme non esplicite (Voigt, 1994). Le norme sociali, dentro la classe, sono convenzioni che descrivono come comunicare gli uni con gli altri, così come gli obblighi che descrivono come reagire socialmente di fronte ad un errore o ad un suggerimento.
La ricerca sull'insegnamento ha riconosciuto l'esistenza di alcune norme sociali che aiutano a caratterizzare le micro-culture dell'aula. Alcune di queste norme sociali sono generali e si possono applicare in qualsiasi aula indipendentemente dalla disciplina. Regolano il funzionamento delle attività del docente e dei discenti. Per esempio, si suppone che in classe gli allievi dovrebbero adottare un atteggiamento critico nei confronti delle affermazioni che si fanno, tanto da parte del primo, come da parte degli altri, indipendentemente dal fatto che si tratti di una ora di matematica, di scienze o di lettere. Si spera (norma sociale) che gli studenti spieghino le soluzioni che propongono in qualsiasi argomento. Sono norme sociali caratterizzate per spiegare, giustificare e argomentare, dal momento che si suppone che in situazioni ideali gli

studenti dovrebbero analizzare (affrontare) le spiegazioni dei propri compagni, così come giustificare i propri argomenti.
Tuttavia, esistono aspetti normativi del discorso matematico, nati all’interno della classe, che sono specifici dell’attività matematica scolastica. Per esempio, la comprensione di ciò che nell’aula si può considerare “matematicamente diverso”, “matematicamente sofisticato”, “matematicamente efficiente” e “matematicamente elegante”, così come ciò che si può considerare come una spiegazione matematicamente accettabile. Voigt (1995), inoltre, identifica come norme socio-matematiche,

- le norme di classe che implicano la valutazione di una soluzione a un problema come intelligente o inventiva e
- le spiegazioni e argomentazioni considerate come matematicamente corrette.

Le norme socio-matematiche sono, cioè, aspetti normativi del discorso o della retorica matematica che sono specifiche dell’attività matematica degli studenti. Esse regolano le argomentazioni matematiche e influiscono sulle opportunità di apprendimento. Esistono alcune norme sociali che supportano una discussione e un interscambio di argomenti indipendentemente da ciò che si sta dicendo (per esempio, la norma sociale che si devono presentare argomenti diversi da quelli che sono stati presentati fino a quel momento), unite al riconoscimento di ciò che è matematicamente accettabile, tenendo in considerazione ciò di cui si sta parlando (per esempio, la norma socio-matematica, che ciò che viene proposto è matematicamente diverso). Metodologicamente, tanto le norme sociali generali, quanto le norme socio-matematiche si creano nell’identificare regolarità (o rotture) nei modelli di interazione sociale. Hanno frequentemente un carattere “meta” dal momento che si riferiscono a altre pratiche matematiche (giustificare, spiegare, operare,...).

2.2. Contratto e metacontratto didattico

Secondo la Teoria delle situazioni didattiche (Brousseau, 1997) l’unico mezzo per “fare” matematica è cercare e risolvere alcuni problemi specifici e, rispetto a questo, esporre nuove questioni. «Il professore deve pertanto effettuare non la comunicazione di una conoscenza, ma la devoluzione di un buon problema. Se tale devoluzione viene portata a termine, l’allievo entra in gioco e si finisce per vincere; l’apprendimento

si è realizzato» (Brousseau, 1986, p. 51). In questo modo sintetico si descrive la parte essenziale del "contratto didattico", le regole che dovrebbero essere seguite nel progetto e nella implementazione dei processi di studio della matematica per ottenere un vero apprendimento. Il principale compito dell'insegnante sarà selezionare "buone situazioni – problema" che diano senso al sapere matematico richiesto, fare accettare la loro "devoluzione" agli studenti, creando le condizioni affinché questi si implichino in una vera attività didattica di risoluzione, comunicazione e verifica delle soluzioni.
Ma, a che cosa serve se l'allievo rifiuta o evita il problema o non lo risolve? L'insegnante ha, inoltre, l'obbligo sociale di aiutare gli allievi e addirittura, a volte, di giustificarsi per aver posto una domanda troppo difficile. «Si stabilisce una relazione che determina – in piccola parte esplicitamente, ma soprattutto implicitamente – ciò che ogni presente, l'insegnante e l'allievo, hanno la responsabilità di amministrare e della quale sarà, in una forma o nell'altra, responsabile davanti all'altro. Questo sistema di obbligazioni reciproche somiglia a un contratto. Ciò che ci interessa qui è il contratto didattico, cioè, la parte di quel contratto che è specifico del "contenuto": la conoscenza matematica richiesta» (Brousseau, 1986, p. 51).
Il contratto didattico si può interpretare come il "tira e molla" che si stabilisce nelle relazioni insegnante – allievo tendente a far sì che l'apprendimento di un sapere matematico si realizzi nel modo più autonomo possibile da parte dell'allievo. L'insegnante "tira" quando cede il protagonismo all'alunno messo a confronto con una situazione, si astiene dal dare informazioni aggiuntive; ma, quando la nuova conoscenza si rivela troppo lontana, l'insegnante "molla" dando informazioni, modificando il "mezzo" a cui si richiede che si confronti l'allievo. Nella Teoria delle situazioni, il contratto didattico è consustanziale con l'obiettivo di un apprendimento autonomo dell'allievo messo a confronto con un mezzo adidattico.
«L'intervento del professore modifica le condizioni di funzionamento del sapere, condizioni che fanno parte anche di ciò che l'allievo deve apprendere. L'oggetto finale dell'apprendimento è che l'allievo possa far funzionare il sapere in situazioni nelle quali l'insegnante non è presente» (Brousseau, 1988, p. 322).
Le attività del professore e degli allievi devono tradurre in pratica le seguenti aspettative:

- l’insegnante deve creare le condizioni sufficienti affinché gli allievi si approprino di una certa conoscenza e deve riconoscere quando si produce tale appropriazione;
- l’allievo deve osservare i vincoli stabiliti dal professore;
- la relazione didattica deve “continuare”, a tutti i costi;
- si suppone che l’insegnante crei le condizioni sufficienti per l’appropriazione delle conoscenze da parte dei suoi allievi e deve “riconoscere” questa appropriazione quando essa si produce.

Allo stesso modo, nell’Interazionismo simbolico, dove le norme sociomatematiche sono negoziate all’interno della classe, l’essenziale del “contratto didattico” non sono le norme che limitano le funzioni del professore e degli allievi, ma il processo di ricerca (negoziazione) delle clausole del contratto ipotetico. In questo modo, le pratiche (comportamenti) del professore e degli allievi in un ambiente di studio basato sulla dialettica delle situazioni adidattiche, propria della Teoria delle situazioni, sono oggetto di riflessione e interpretazione da parte di detti responsabili, dando vita a metaconoscenze di natura simile alle norme sociomatematiche descritte nel paragrafo precedente.
Nel proprio sviluppo del contratto didattico, dei suoi cambi e rotture nel progredire dell’evoluzione didattica, Chevallard (1988, p. 58) identifica una struttura che rimane inalterata: «è l’unione di clausole che gestiscono, in un campo dato, qualsiasi rapporto con un contratto, e assicura la sua efficacia, qualsiasi siano i contenuti particolari». Chevallard chiama metacontratto questa unione di clausole definitorie. «Questa struttura permetterebbe all’allievo di identificare e dare significato ai “movimenti” del contratto didattico, alle ambivalenze, alle polisemie, …, in una parola, ciò che non viene detto e che è costitutivo del contratto didattico che, in ultima analisi, sono vissute come rotture nella regolamentazione che si suppone stabilisce» (Sarrazy, 1995, p. 23).
Nel caso del contratto didattico, la “cultura” che esige il suo funzionamento si presenta come un sapere pratico essenziale per l’efficacia del processo didattico e, in particolare, per lo sviluppo e l’acquisizione di significato dell’attività matematica proposta agli allievi.
Le relazioni tra l’insegnante e gli allievi, che sono oggetto di analisi mediante la nozione di contratto didattico, si caratterizzano per la loro asimmetria: ognuno ha un suo luogo specifico, suoi propri tipi di interventi legittimi etc., ciò che determina la sua azione sul contratto. «Tra gli allievi e il professore, in effetti, esiste una relazione di forze il

cui obiettivo è, non solamente rispetto al contratto – che normalmente si acquisisce, salvo imprevisti, in virtù del metacontratto con il quale ognuno è implicato –, ma il contenuto del contratto stesso, cioè le sue clausole specifiche» (Chevallard, 1988, p. 60).

2.3. Gruppi secondari nelle ore di matematica e pratiche di adattamento

D'Amore (2005) identifica fenomeni di indole sociologica legati al funzionamento della classe nelle ore di matematica in quanto costituita da sottogruppi eterogenei rispetto agli interessi e alle aspettative di apprendimento.
La classe può esser vista come una società specifica di individui la cui unità sociale si deve alla necessità, sanzionata per legge, della realizzazione di "pratiche" definite e in gran misura condivise. La classe, di fatto, risponde ai requisiti tipici che i sociologi esigono da un gruppo di individui per poter usare la denominazione di "società" (Robertson, 1977, p. 83).
Tali requisiti sono: tali individui occupano un "territorio" comune (l'aula, la scuola); interagiscono fra di loro; sanno che appartengono allo stesso gruppo; hanno, almeno in parte, una cultura comune (o, per lo meno, questo è ciò che si suppone).
Ogni società determina le sue specifiche pratiche, alcune originate dagli scopi costitutivi delle società (a volte astratti), altri all'adattamento al fatto stesso di questa appartenenza. Dunque, queste "pratiche" si possono dividere in due grandi categorie: (1) quelle stabilite a priori da tale società (l'apprendere, il condividere attività, …), (2) quelle che nascono a causa del fine che tali attività si prefiggono di ottenere (la competitività, le azioni relative al contratto didattico, quelle tese a far supporre a chi deve valutare abilità di fatto non possedute, …).
Le prime sono pratiche codificate e dunque funzionali (Robertson, 1977); sono quelle che danno un significato alla costituzione stessa di tale società; le seconde, in relazione alle pratiche funzionali, possiamo considerarle come *pratiche deviate* o extra-funzionali. La tipologia delle pratiche deviate è diversa, rispetta a quella descritta in precedenza. Tra le altre, abbiamo pratiche che permettono di giungere ai risultati desiderati utilizzando metodi non appropriati (per esempio, di fronte ad un problema che chiede che giorno sarà il 30 gennaio 2030 con l'obiettivo di mettere in funzione l'algebra modulare, l'alunno risponde

utilizzano un calendario che ha trovato in internet) oppure pratiche che chiaramente violano norme e metanorme del contratto didattico (per esempio, quando l’allievo copia il lavoro di un compagno, sta rinunciando ad esser protagonista della costruzione della propria conoscenza).

Le due tipologie di pratiche sono condizionate da prospettive diverse. Per esempio, all’interno della stessa classe, alcuni studenti hanno come obiettivo apprendere ciò che si è stabilito a priori come conoscenza da acquisire (significati istituzionali) (Godino, Batanero, 1994), per altri l’obiettivo è apprendere ad influire nel giudizio che avrà chi valuta (questo fatto non è tipico solo delle classi dei primi livello scolastici, ma di tutti i livelli, inclusa l’università e il postgrado).

Tra gli studenti di una stessa classe, alcuni accettano le attività e gli obiettivi di apprendimento proposti dal professore come rappresentante di una istituzione di riferimento e cercano di appropriarsi dei significati proposti. Altri gruppi di studenti non assumono pienamente tali obiettivi e significati, o per carenze nelle necessarie conoscenze precedenti, o per inadattabilità ai compromessi scolastici.

Il fatto che l’istruzione produca, come la trasmissione sistematica e formalizzata di conoscenze, abilità e valori, dovrebbe portare alla realizzazione di determinate pratiche funzionali. Ma, dal momento che tale sistematicità e formalizzazione sono burocratizzate in un sistema sociale che prevede una evoluzione, si determina automaticamente la necessità, in parte dei soggetti implicati, di realizzare determinate pratiche deviate come adattamento alla società-classe. Alcune di queste pratiche deviate, per esempio “copiare” i lavori da un compagno, si possono considerare metapratiche personali nel senso che sono pratiche deviate che sovvertono alcune delle metanorme del contratto didattico e che si ispirano a metanorme personali dell’allievo (per esempio, è “lecito” copiare le risposte del compagno in una prova di valutazione, se con questo si ottiene la promozione).

Un’analisi di tipo psicologico dovrà svelare le origini delle deviazioni nelle pratiche legate ai processi di adattamento dei soggetti alla micro-società formata dalla classe, differenziandoli rispetto agli altri ostacoli di origine didattica, epistemologica e cognitiva.

D’altra parte, le pratiche degli individui che appartengono alla società sono connesse alle aspettative ed alle limitazioni poste dall’ambiente nel quale vivono ed alle possibilità che esso offre. Dunque, le pratiche non sono libere; al contrario, sono fortemente condizionate dall'ambiente sistemicamente inteso (Bagni, D'Amore, 2005; D'Amore, Radford, Bagni, 2006). Dunque, malgrado il macro contesto elabori aspettative di comportamento in allievi e professori, i comportamenti si (ri)costruiscono per mezzo di processi sociali dell'aula e devono essere interpretati, in primo luogo, dal micro contesto dell'aula (Civil, Planas, 2004).

Da questo punto di vista, le pratiche (delle due categorie illustrate prima) che si realizzano nell'aula, fanno parte di un sistema di adattamento degli individui (gli studenti) alla società, sotto la direzione (custodia, analisi, esemplificazione, tutela, valutazione, …) di un altro individuo che l'istituzione sociale riconosce come suo rappresentate (il docente).

2.4. Ricerche sulla metacognizione sociale e individuale in Didattica della Matematica

In riferimento all'uso del prefisso "meta" nelle ricerche didattiche, Robert e Robinet (1996) fecero uno studio ampio e sistematico che abbraccia i lavori sulla metacognizione realizzati sotto l'approccio della psicologia cognitiva (strategie dei soggetti individuali messi di fronte a lavori di risoluzione di problemi), come anche ricerche che potrebbero includersi nella prospettiva interazionista. «Quando il professore espone conoscenze in classe (nella fase di istituzionalizzazione, per esempio), accompagna il suo discorso strettamente matematico con frasi che si riferiscono a tale discorso, ma senza che esso contenga necessariamente informazioni matematiche in senso stretto: l'insegnante può parlare in modo qualitativo delle conoscenze che tenta di decontestualizzare, può spiegare a che cosa servono, come utilizzarle, può ricordare gli errori che comunemente si commettono. Dunque, in questo comportamento c'è *tutto un discorso sulla matematica*, più o meno importante, più o meno vago, più o meno esplicito, che noi classifichiamo come discorso meta in quanto discorso sulla matematica» (p. 147).

Per questi Autori il prefisso "meta" legato a parole come cognizione, cognitivo, conoscenze, …, ha due tipi di significati, corrispondenti a diverse ricerche originariamente psicologiche:[4]

---

[4] Ricordiamo che, alla fine del XIX secolo, si sviluppò una linea di studio nell'àmbito della riflessione sui fondamenti della matematica che si conosce come *metamatematica.* Questa linea di studio coincide con il tentativo di matematizzare

- la metacognizione fa riferimento alla conoscenza individuale, cioè, alla conoscenza che ha un soggetto dei suoi propri processi di risoluzione di problemi (controllo, supervisione, valutazione, …);
- le metaconoscenze riferite a conoscenze potenziali di un soggetto (un allievo o un programmatore) sull’apprendimento, sulla costruzione di conoscenze, cioè, i metodi (specialmente scientifici), o sulla propria conoscenza; l’accento si pone sui contenuti più che sulla conoscenza che ha il soggetto di essi.

Nel caso della matematica, Robert e Robinet raggruppano i lavori in cui si fa un uso di “meta” in due sezioni:
a) i “precursori”: Piaget e l’analisi riflessiva; Polya e i metodi; Glaeser e l’euristica;
b) la letteratura anglosassone dopo il 1985, Schoenfeld e la corrente della “risoluzione di problemi”.
Essi propongono un uso molto ampio del prefisso “meta” davanti a parole come conoscenza, cognitivo o cognizione per «indicare gli elementi di informazione o di conoscenza SULLA matematica, sul suo funzionamento, sulla sua utilizzazione, sul suo apprendimento, tanto se sono generali quanto se sono legati a un dominio particolare» (p. 156). Tali informazioni si riferiscono a:

- metodi, strutture e organizzazione della conoscenza matematica;
- accesso alla conoscenza matematica, accesso di un individuo dato o generico (giochi di quadri, ruolo dei questionari, esempi e controesempi, così come il ruolo della riflessione epistemologica nell’apprendimento);
- modi di produzione e funzionamento matematico (controllo, guida).

3. Un approccio ontosemiotico delle metaconoscenze matematiche e didattiche

Nei processi di studio della matematica nelle istituzioni scolastiche, si mettono in gioco diversi tipi di conoscenze che possiamo raggruppare in due categorie: matematiche e didattiche, includendo in quelle didattiche i contributi di altre discipline come la psicologia e la sociologia, che però debbono essere assunti dalla Didattica della Matematica. Nelle ricerche

---

anche gli strumenti, le tecniche, i linguaggi e le pratiche con le quali si costruisce la propria matematica; ad un programma di questo tipo partecipò anche David Hilbert (Lorenzen, 1971).

riportate nei paragrafi precedenti, abbiamo visto che entrambi i tipi di conoscenze sono oggetto di riflessione, classificazione, valutazione, … per coloro che intervengono nella relazione didattica, dando luogo a nuove conoscenze di secondo ordine, o metaconoscenze.
In questo paragrafo proponiamo un punto di vista del EOS sui costrutti esposti nei paragrafi precedenti e indichiamo alcune delle implicazioni che derivano da questo.

3.1. Contratto didattico

Per l'EOS risulta particolarmente rilevante l'adattamento sociologico della nozione di "gioco di linguaggio" realizzata, tra gli altri, da Appel (1985) e Habermas (1987), nella quale la comprensione individuale è il risultato della partecipazione in un gioco di linguaggio le cui regole sono generali. "Comprendere" consiste nel "saper orientarsi" mediante il riconoscimento della regola o delle regole corrispondenti. D'accordo con questo punto di vista, riteniamo che non è possibile analizzare un processo di istruzione senza comprendere, detto con le parole di Wittgenstein (1953), le regole del gioco di linguaggio nel quale si sviluppa. In altre parole, il sistema di norme che regolano il funzionamento dei processi di insegnamento e apprendimento di un contenuto matematico specifico in un determinato contesto istituzionale.
Riteniamo che costrutti come "contratto didattico", "norme sociali e sociomatematiche", si usano per riferirsi, in un certo modo, all'insieme di regole del "gioco di linguaggio" a cui partecipano professori e allievi quando prendono parte ad un processo di istruzione. Tali costrutti sono nozioni utili, ma a nostro avviso insufficienti, per dar conto della complessità della dimensione normativa di tali processi.
Nel EOS, dopo aver fatto una sintesi dei diversi modi di intendere il contratto didattico e le norme sociali e sociomatematiche in Didattica della Matematica, si adotta un prospettiva che integra queste nozioni come parte di una "dimensione normativa dei processi di studio". In Godino, Font, Wilhelmi, Castro (2007) si adotta un punto di vista globale sulla dimensione normativa in Didattica della Matematica proponendo di classificare le norme secondo due dimensioni complementari:
a) Il momento in cui intervengono le norme: progetto curricolare, pianificazione, implementazione e valutazione. Le norme non solo sono evidenti nei momenti o fasi in cui hanno luogo le interazioni professore

– allievi (implementazione), ma anche nei momenti di pianificazione, valutazione e nella fase del progetto curricolare, dove si configurano i significati di riferimento che orientano e condizionano i significati ipotizzati, implementati e valutati.[5]
b) L'aspetto o dimensione del processo di studio a cui si riferisce la norma: epistemica, cognitiva, di interazione, di mediazione, affettiva e ecologica. Questo permette di fissare l'attenzione sulle norme che regolano:

- il lavoro dell'insegnante in rapporto al sapere matematico (inteso come sistema di pratiche istituzionali);
- il lavoro degli studenti in rapporto al sapere matematico (inteso come sistema di pratiche personali);
- l'uso di mezzi tecnologici e temporali (aspetto di mediazione);
- l'interazione docente – discente e discente – docente;
- l'affettività dei soggetti che intervengono nel processo di studio;
- la relazione con l'ambiente (socioculturale, politico, lavorativo, …) nel quale si sviluppa il processo di istruzione (aspetto ecologico).

Le norme si possono anche classificare secondo la loro origine e il tipo e il grado di imposizione, come si indica nella figura 1.

[5] Nel progetto curricolare includiamo anche le attività di riflessione e di indagine realizzate dalla comunità di persone e istituzioni interessate nella pianificazione globale dello studio della matematica.

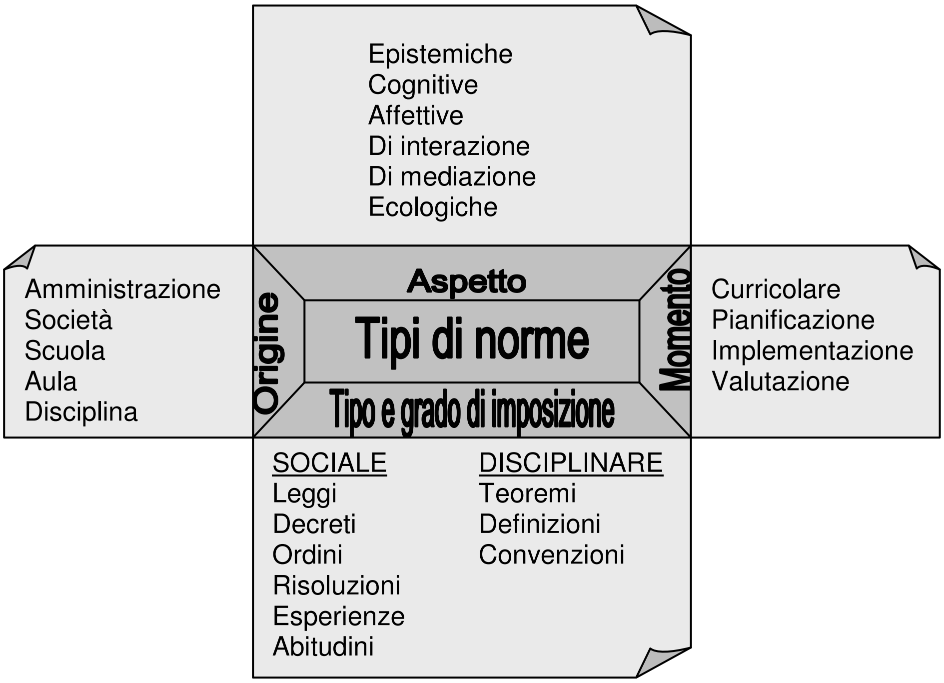

Figura 1. Dimensione normativa. Tipi di norme

3.2. Metacontratto

Come è stato indicato nel paragrafo 2.2., nella letteratura sul contratto didattico si distingue tra contratto e metacontratto didattico. Dal nostro punto di vista il metacontratto didattico si intende come l'insieme di norme che fanno parte di qualsiasi contratto didattico. Alcune di queste norme sono chiaramente metanorme, nel senso che sono norme che si applicano ad altre norme. Per esempio, la regola che dice che si deve rispettare le regole, o la regola che dichiara se si sta seguendo qualche regola. In cambio, ci sono altre norme che fanno parte di questo metacontratto, non tanto per il fatto che si possono considerare come metanorme, perché sono norme sulle norme, ma per il fatto che si mantengono inalterate durante un certo periodo (per esempio durante una tappa educativa) e fanno parte di tutti gli insiemi di norme che si

succedono durante questo periodo, anche se dopo non si compiono o si compiono in modo inadeguato. In questo senso, il caso del contratto didattico, inteso in modo classico da Brousseau, ha anche una componente meta-normativa dal momento che gli studenti interpretano e valutano le clausole implicite del contratto, facendole diventare esplicite e comunicabili.
Ci sono esempi evidenti di questo tipo di norme del metacontratto che si mantengono inalterabili durante un certo periodo, per esempio la norma che dice che, in principio, occorre tentare di implementare il significato richiesto, o quella che dice che non si deve copiare agli esami etc. Altro esempio, meno evidente, sono le norme metaepistemiche che ora commentiamo.
Nelle ore di matematica si stabilisce un compromesso di base: insegnare e apprendere matematica. Nel EOS si definisce *aspetto epistemico della dimensione normativa* (o *norme epistemiche*, per abbreviare) l’insieme di norme che determinano l’attività matematica che è possibile sviluppare in una determinata istituzione. Le norme epistemiche regolano i contenuti matematici, il tipo di situazioni adeguate per il suo apprendimento, le rappresentazioni che si utilizzano, le definizioni, le proposizioni, i procedimenti e gli argomenti. Detto nel linguaggio del EOS, le norme epistemiche determinano le configurazioni epistemiche e le pratiche matematiche che dette configurazioni rendono possibili.
Nel EOS si considera che per descrivere l’attività matematica è necessario contemplare una ontologia formata dai seguenti elementi: 1) linguaggio, 2) situazioni-problema, 3) concetti, 4) procedimenti, tecniche etc., 5) proposizioni, proprietà, teoremi etc. e 6) argomenti. Questi sei tipi di oggetti si articolano formando configurazioni epistemiche (figura 2). Le configurazioni informano delle “condizioni epistemiche per tale attività” (configurazione precedente) o degli “indicatori del prodotto o risultato di tale attività” (configurazione emergente). Se dopo la “struttura” interessa analizzare la sua origine e il suo “funzionamento” sono necessarie altre strumentazioni, in modo speciale i processi connessi (Font, Rubio, Contreras, 2007).

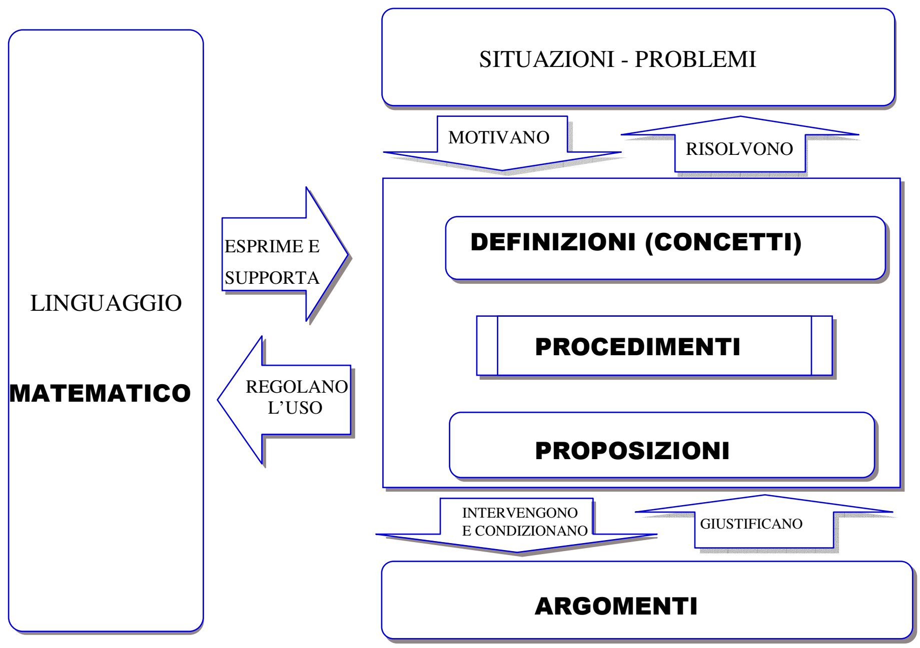

Figura 2. Componenti e relazioni in una configurazione epistemica

La strumentazione *configurazione epistemica* ci permette di vedere la struttura degli oggetti che rendono possibile la pratica matematica. A nostro avviso, la coppia <configurazione epistemica, pratiche che la rendono possibile> è una strumentazione molto più esplicativa del costrutto "norme matematiche" utilizzata in alcune ricerche realizzate in àmbito socioculturale (Planas, Gorgorió, 2001).
Le norme epistemiche contemplano le configurazioni epistemiche che regolano la pratica matematica in un àmbito istituzionale specifico. D'altra parte, ognuno dei componenti della configurazione epistemica è in relazione con norme metaepistemiche (usualmente considerate come norme sociomatematiche, anche se ci sono alcune ricerche nelle quali vengono considerate come norme matematiche). Se ci fissiamo, ad esempio, nelle situazioni-problema, è necessario che l'alunno possa rispondere a domande del tipo: che cos'è un problema?, quando si può dire che un problema è stato risolto?, quali regole conviene seguire per risolvere un problema? etc. Lo stesso se ci fissiamo nella parte "argomento" dal momento che l'allievo ha necessità di sapere che cos'è un argomento in matematica, quando si considera valido un argomento

etc. Di conseguenza, le configurazioni epistemiche vengono associate a un sistema di norme che possono essere condivise (configurazione metaepistemica), o personali degli studenti coinvolti nei processi di apprendimento corrispondenti (configurazione metacognitiva).
La configurazione metaepistemica si genera e, soprattutto, si mantiene durante un lungo periodo di tempo (per esempio, un corso o una fase educativa) e coesiste con molte configurazioni epistemiche che si succedono a lungo nel tempo.
Posto che le configurazioni metaepistemiche sono utilizzate per valutare la pratica matematica che viene realizzata, si può considerare che le configurazioni metaepistemiche giocano, in certo modo, un ruolo axiologico nell’attività matematica.
Nell’àmbito delle ricerche socioculturale c’è in corso un dibattito sul ruolo delle norme matematiche. In alcune ricerche, per esempio Planas e Gorgorió (2001), si parla esplicitamente di “norme matematiche” seguendo, secondo la nostra classificazione, la norma considerata una norma metaepistemica. D’altra parte, ci sono Autori che vogliono eliminare la categoria di norme sociomatematiche e limitarsi a parlare di norme matematiche posto che considerano che tutte le norme matematiche sono il risultato di una attività socioculturale (Sekiguchi, 2005). A nostro avviso, la proposta di considerare configurazioni epistemiche e configurazioni metaepistemiche può dar luce ad un dibattito analogo.
Nel EOS, più che parlare di metacontratto, si propone di parlare della dimensione metanormativa dei processi di istruzione. In questa dimensione si considerano tre grandi blocchi: le norme metaepistemiche, le norme metaistruzionali e le norme metacognitive. La figura 3 illustra questi tre blocchi della dimensione metanormativa.

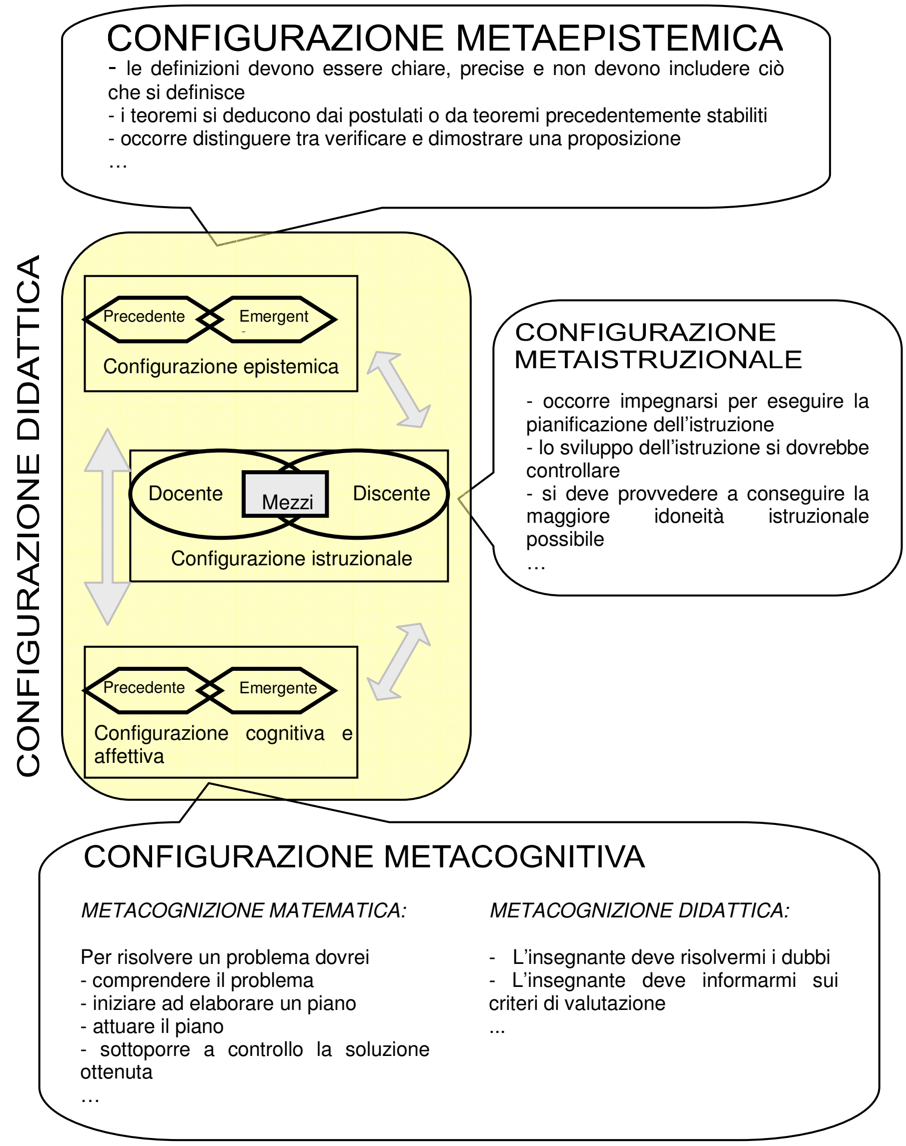

Figura 3. Componenti della dimensione metadidattica

L'insegnante chiede che gli allievi si basino su una configurazione epistemica precedente per realizzare alcune pratiche matematiche dalle quali si otterrà una configurazione epistemica emergente; tale realizzazione sarà regolata dalla configurazione metaepistemica (che, come già detto, coesiste con le altre configurazioni epistemiche che si succedono a distanza di tempo). Per questo implementerà una configurazione di istruzione che, a sua volta, sarà anche regolata da una configurazione metaistruzionale. D’altra parte, l’insegnante pretende che i suoi allievi personalizzino le configurazioni epistemiche in configurazioni personali, le configurazioni metaepistemiche in metacognizione matematica e le configurazioni di istruzione in metacognizione didattica.

La costituzione di queste configurazioni “meta” (metaepistemica, metaistruzionale e metacognitiva) in molti casi emerge da processi non espliciti, ma basati su alcune abitudini o modi di agire. Per esempio, l’abitudine dell’insegnante di includere, nell’enunciato dei problemi che si risolvono mediante una somma, parole chiave come “aggiungere” o “sommare”, può far emergere conoscenze che fanno parte della configurazione metacognitiva dei soggetti membri della istituzione corrispondente: i problemi del sommare contengono nell’enunciato la parola chiave “aggiungere”.

3.3. Metapratiche e pratiche deviate

Metapratiche

Le pratiche che sono agevolate e regolate dalle configurazioni “meta” si possono considerare come metapratiche. Per esempio, la pratica che consiste nel riesaminare una dimostrazione di un teorema per vedere se si accorda a ciò che viene considerato una dimostrazione matematica, è una metapratica.

Le metapratiche sono associate a una nuova classe di situazioni-problema matematiche o metadidattiche: Il mio insegnante, come si aspetta che dimostri questo tipo di proposizioni o che risolva questo tipo di problemi? (Ossia, che cos’è una dimostrazione matematica in queste circostanze particolari, secondo il mio insegnante? E che cos’è la risoluzione di un problema, in questi casi specifici?). Il mio insegnante dovrebbe spiegarmi come risolvere questo tipo di problemi? Etc.

Pratiche deviate

Il fatto che l’istruzione venga concepita come la trasmissione sistematica e formalizzata di conoscenze, abilità e valori dovrebbe condurre alla realizzazione di determinate pratiche funzionali; detto con la terminologia del EOS, l’insieme di pratiche personali che armonizzano e uniformano il significato personale dell'allievo dovrebbe essere conforme al significato istituzionale implementato, il quale, a sua volta, dovrebbe essere rappresentativo del significato di riferimento. Per conseguire questo obiettivo, si realizza un processo di istruzione che è regolato da diversi tipi di norme (epistemiche, cognitive, di mediazione, affettive, di interazione e ecologiche). Le interpretazioni e le valutazioni che fa l'allievo di questo tipo di norme possono essere l'origine di pratiche funzionali (ciò che s'aspetta l'istituzione), oppure di pratiche deviate (non volute dall'istituzione). Per esempio, la valutazione e l'interpretazione che fa l'allievo delle norme ecologiche può essere la causa di alcune pratiche deviate riferite alla valutazione.

Nei processi di istruzione, l'aspetto normativo – ecologico ha come principale obiettivo quello di far conseguire due tipi di competenze agli allievi. Da una parte, la società dà incarico alla scuola di educare i suoi futuri cittadini e di integrarli nella comunità; si tratta cioè, di educare i cittadini garantendo l'assunzione dei valori di una società democratica, garantendo i diritti di tutti, promuovendo i doveri civici. Dall'altra parte, l'obiettivo della istituzione educativa è conseguire una formazione iniziale di professionisti competenti per il loro futuro lavoro. Pertanto, nel momento di prendere decisioni sui fini del processo educativo, si devono tenere presenti gli ampi settori sociali non relazionati direttamente con questa situazione educativa ma da questa evidenziati: la società nel suo insieme, attesa dai nuovi professionisti.

Questo aspetto normativo – ecologico ha a che fare con i contenuti che si insegnano giacché i significati supposti che si specificano negli orientamenti curricolari stabiliscono di contribuire alla formazione socio-professionale degli studenti. Il fine dei programmi è un altro requisito che condiziona il lavoro dell'insegnante, giacché gli apprendimenti ottenuti dai suoi studenti costituiscono il punto di partenza degli studi successivi. Il dovere di assicurare un determinato livello di competenze e il dovere di informare di questo la società sta nell'origine del dovere che ha l'insegnante di matematica di effettuare valutazioni sommative che informino i genitori e la società in generale sul livello del risultato matematico raggiunto dagli studenti.

La necessità di una valutazione sommativa provoca automaticamente la necessità, in una parte dei soggetti implicati, di realizzare determinate pratiche deviate come adattamento alla società – classe. Alcune di queste pratiche deviate, per esempio copiare agli esami di matematica, si

possono considerare metapratiche personali, nel senso che sono pratiche deviate, che sovvertono alcune delle metanorme funzionali, che condizionano il processo di istruzione e che si alimentano a causa di metanorme personali dell’allievo (per esempio, “quando si può, si deve copiare”).
A proposito della deviazione dalle pratiche, c’è un momento nel quale si presenta questa deviazione, un momento in cui l’allievo rinuncia a realizzare pratiche matematiche e inizia a mettere in atto pratiche deviate come mezzo di adattamento a un sistema nel quale non si sente integrato. A dispetto di questo, l’allievo immagina che le pratiche deviate possano essere considerate dall’insegnante come pratiche matematiche (per esempio, al posto di ragionare, apprendere i procedimenti in modo mnemonico). L’origine di pratiche deviate può essere in alcuni momenti indotta dal proprio insegnante (per esempio mediante un’enfasi sulle routines o, più in generale, l’origine può essere nelle pratiche che derivano da una scorretta interpretazione del suo ruolo di insegnante), per cui tali pratiche deviate non entrano in contraddizione con l’insieme di norme che condizionano il processo di istruzione. In questi casi, i significati effettivamente implementati nell’aula possono avere poca idoneità epistemica (Godino, Bencomo, Font, Wilhelmi, 2006) se si confrontano con un significato di riferimento istituzionale.
Le interpretazioni e le valutazioni degli allievi si reinterpretano nel EOS per mezzo del costrutto “oggetti personali matematici e didattici”. In conseguenza delle pratiche realizzate nei processi di istruzione a cui ha partecipato, l’allievo genera, oltre ad oggetti personali matematici, “oggetti personali didattici”.
Gli oggetti personali matematici e didattici dell’allievo e i suoi significati (intesi come sistemi di pratiche, configurazioni e metaconfigurazioni associate) non si possono considerare separatamente, ma integrati e correlati. Per esempio, quando consideriamo l’oggetto personale “funzione” dal punto di vista degli allievi, occorre essere consapevoli che stiamo considerando un oggetto il cui significato costituisce un insieme di pratiche non solo sulle funzioni, ma anche sull’insegnamento e sull’apprendimento. Tale insieme di pratiche si può scomporre in pratiche matematiche nelle quali interviene l’oggetto matematico “funzione” ma anche pratiche sull’insegnamento e l’apprendimento delle “funzioni”.
A loro volta, questi significati sono in relazione con altri significati tra i

quali possiamo mettere in evidenza l'interpretazione personale di "matematica", di "apprendere" e di "insegnare". Alcuni di questi significati di oggetti personali didattici si possono considerare ammessi come significati di oggetti personali metadidattici.
Il significato degli oggetti matematici e didattici da parte degli studenti si concretizza in un insieme di pratiche, alcune delle quali sono funzionali, ma molte altre sono pratiche deviate. Le pratiche deviate che mette in gioco l'allievo prima di una certa situazione (matematica o istituzionale), e che sono qualificate come deviate dal punto di vista di una istituzione di riferimento, possono essere motivate da metaconoscenze dell'allievo, sia matematiche (metacognizione matematica), sia didattiche (metacognizione di istruzione o didattica). Detto in altro modo, alcune delle pratiche deviate si possono considerare come metapratiche.
Gli allievi personalizzano i significati istituzionali (configurazioni epistemiche e pratiche che facilitano) in significati personali (configurazioni cognitive e pratiche che facilitano). Personalizzano anche le configurazioni metaepistemiche (e le pratiche che facilitano) in forma di metacognizione (e pratiche personali che facilitano); e finalmente personalizzano anche le norme istruzionali e le pratiche istruzionali alle quali hanno preso parte, in forma di norme istruzionali personali (e pratiche che facilitano). Queste tre componenti costituiscono il nucleo dei significati degli oggetti matematico-didattici degli allievi (Figura 3).[6] Tali significati si concretizzeranno in pratiche funzionali ed in pratiche deviate.
Vorremmo far risaltare anche il fatto che, allo stesso modo in cui c'è un momento nel quale l'allievo realizza pratiche deviate come mezzo di adattamento ad un sistema nel quale non si sente integrato, anche le istituzioni possono realizzare pratiche deviate come adattamento ad altre istituzioni. Per esempio, le prove di accesso all'università stabiliscono relazioni di dipendenza istituzionale in rapporto alle scuole secondarie. Se in tali prove di accesso non vengono abitualmente inclusi problemi di probabilità, anche se appaiono nei curricoli ufficiali, probabilmente gli insegnanti di scuola secondaria daranno meno importanza (o non la

---

[6] Occorre considerare anche la prospettiva macrosociologica del gruppo che configura l'identità del soggetto che interpreta e valuta, la quale, evidentemente, influisce anche nella generazione degli oggetto personali matematico-didattici dell'allievo e del suo significato.

tratteranno affatto) al loro sviluppo nel corso della scuola secondaria. È stata generata una pratica deviata: sottovalutazione o assenza della probabilità.
La nozione di dipendenza istituzionale è messa talvolta in relazione con quella di trasposizione didattica (Chevallard, 1991), posto che, come risultato dell'adattamento di una istituzione all'altra, si produce un tipo di trasposizione o un altro. O meglio, i significati di riferimento (intesi come sistemi di pratiche, configurazioni epistemiche e metaconfigurazioni epistemiche associate) si possono convertire, come risultato della trasposizione didattica, in alcuni significati richiesti, implementati e valutati che siano molto poco rappresentativi dei significati di riferimento. Anche se questa mancanza di rappresentatività può essere significativa nel caso delle pratiche e delle configurazioni epistemiche, dove realmente suole essere significativa, detta mancanza di rappresentatività è nella configurazione metaepistemica. Detto in altro modo, la trasposizione didattica, attua, tanto nella dimensione normativa, quanto nella dimensione metanormativa, ma dove appare più evidente è nella dimensione metanormativa.

4. Riflessioni finali

In questo lavoro abbiamo introdotto alcune idee di base su quel che possiamo chiamare una prospettiva metanormativa per l'analisi didattica. Si tratta di descrivere in modo sistematico e coerente un insieme di fatti e fenomeni didattici che servono inevitabilmente e che condizionano i processi di insegnamento e apprendimento della matematica. Le nozioni introdotte permettono di articolare, all'interno di uno stesso sistema, strumentazioni e risultati già conosciuti, ottenuti da modelli teorici diversi, come sono alcuni fenomeni del contratto didattico della Teoria delle situazioni (Brousseau, 1997), le norme sociomatematiche introdotte nelle ricerche sull'Interazionismo simbolico (Godino, Llinares, 2000), le pratiche di adattamento (D'Amore, 2005) e, in generale, l'uso del prefisso "meta" nelle ricerche cognitive e didattiche (Robert, Robinet, 1996).
Possiamo dire che i lavori citati nel paragrafo 2 sulle precedenti teorie affrontano questioni relative alla costruzione sociale della conoscenza matematica nelle ore di matematica. Nel caso dell'Interazionismo simbolico, il centro di attenzione non sono tanto le proprie pratiche matematiche, ma la riflessione su dette pratiche e le condizioni sociali

della loro realizzazione. Per questo possiamo considerarlo, in un certo senso, come studio metacognitivo non riferito alla cognizione individuale, ma a quella sociale.
Nel caso della Teoria delle situazioni il nucleo centrale è la costruzione della conoscenza matematica dei propri allievi, ma poiché avvengono in classe e sono il risultato delle interazioni degli allievi con i mezzi creati dall'insegnante hanno luogo processi di riflessione e di interpretazione, tanto sui propri obiettivi matematici (situazioni, tecniche etc.) quanto sui ruoli da interpretare da parte dei singoli agenti. Questo vuol dire che, in una lezione di matematica condotta e osservata con le strumentazioni della Teoria delle situazioni, hanno luogo processi metacognitivi di indole sociale sugli oggetti matematici e didattici, ma che nello sviluppo attuale di tale teoria essi non sono esplicitamente differenziati rispetto ai processi cognitivi propriamente detti.
Lo sviluppo dell'approccio ontosemiotico che è stato realizzato in questo lavoro permette l'incorporazione all'analisi didattica della dimensione normativa (e metanormativa). Sono state proposte strumentazioni che permettono l'analisi delle norme e metanorme che condizionano i processi di istruzione. Crediamo che il principale apporto di questo lavoro sia uno sviluppo integrato delle seguenti nozioni: "contratto didattico", "metacontratto", "norme sociali e sociomatematiche", "valutazione e interpretazione della norma" e "pratiche di adattamento" nell'àmbito dell'approccio ontosemiotico.
Per concludere, vogliamo sottolineare che i processi di insegnamento e apprendimento della matematica devono orientarsi verso il risultato di alcuni obiettivi formativi che includano alcune pratiche matematiche valide per la formazione dei cittadine e dei professionisti, e questo richiede anche l'appropriazione di alcune metaconoscenze sulla "propria" matematica personale e sulle conoscenze didattiche che contribuiscono positivamente a tale formazione. L'obiettivo della ricerca didattica in questo campo deve essere quello di chiarificare il ruolo delle metaconoscenze, discriminare i suoi diversi tipi e funzioni nei processi di studio della matematica ed evitare, per quanto è possibile, effetti non desiderati di alcune pratiche e metapratiche deviate.

Bibliografia

Apel K.O. (1985). *Transformación de la filosofía.* Vol. I e II. Madrid: Taurus.
Bourdieu P. (1972). *Esquisse d'une theorie de la pratique.* Genève: Droz.

Bagni G. T., D'Amore B. (2005). Epistemologia, sociologia, semiotica: la prospettiva socio-culturale. *La matematica e la sua didattica*. 19, 1, 73-89.

Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 7 (2), 33-115.

Brousseau G. (1988). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques.* 9 (3), 309-336.

Brousseau G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P.

Chevallard Y. (1988). *Sur l'analyse didactique. Deux études sur les notions de contrat et de situation*. IREM Marseille. 14, 40-75.

Chevallard Y. (1991). *La transposition didactique***.** Grenoble: La Pensée Sauvage.

Civil M., Planas N. (2004). Participation in the mathematics classroom: Does every student have a voice? *For the Learning of Mathematics*. 24(1), 7-12.

Cobb P., Bauersfeld H. (Eds.). (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in class-room cultures.* Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates Pub.

D'Amore B. (2005). Pratiche e metapratiche nell'attività matematica della classe intesa come società. Alcuni elementi rilevanti della didattica della matemática interpretati in chiave sociologica. *La matematica e la sua didattica.* 19 (3), 325-336.

D'Amore B., Godino, J.D. (2006). Punti di vista antropologico ed ontosemiotico in Didattica della Matematica. *La matematica e la sua didattica*. 20 (1), 9-38.

D'Amore B., Godino, J. D. (2007). Metaprácticas matemáticas y didácticas originadas en relaciones de dependencia institucional. *Documento interno*. Università di Bologna.

D'Amore B., Radford L., Bagni GT. (2006). Ostacoli epistemologici e prospettive socioculturali. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 29B (1), 11-40.

Font V., Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educaçao Matematica Pesquisa.* 8 (1), 67-98.

Font V., Rubio N., Contreras, A. (2007). *Procesos: Una mirada desde el Enfoque Ontosemiótico*. *Conferencia Invitada en la XXI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Maracaibo, Venezuela.

Godino J. D., Batanero C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 14 (3), 325-355.

Godino J. D., Bencomo D., Font V., Wilhelmi M. R. (2007). Análisis y Valoración de la Idoneidad Didáctica de Procesos de Estudio de las

Matemáticas. *Paradigma.* XXVII (2), 221–252.

Godino J. D., Contreras A., Font V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico- semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques.* 26, 1, 39-88.

Godino J. D., Font V., Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa.* Vol. 9, Nº Especial, 131-155.

Godino J. D., Font V., Wilhelmi M. R., Castro C. de (2007). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de la matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Conferencia Invitada en la XXI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Maracaibo, Venezuela.

Godino J. D., Llinares S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Educación Matemática.* 12 (1), 70-92.

Gusmao T. R. S. (2006). *Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: Una perspectiva ontosemiótica*. Tesis Doctoral. Università di Santiago de Compostela.

Habermas J. (1987). *Teoría de la Acción Comunicativa I. Racionalidad de acción y racionalización social*. Madrid: Taurus.

Lerman S. (2000). The social turn in mathematics education research. In: Boaler J. (ed.). *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning.* (19-44). Westport: Ablex.

Lorenzen P. (1971). *Metamatemática*. Madrid: Tecnos.

Planas N., Gorgorió N. (2001). Estudio de la diversidad de interpretaciones de la norma matemática en un aula multicultural. *Enseñanza de las Ciencias*. 19 (1), 135-150.

Robert A., Robinet J. (1996). Prise en compte du méta en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 16 (2), 145-176.

Robertson I. (1977). *Sociobiology*. New York: Worth Publishers Inc.

Sarrazy B. (1995). Le contrat didactique. *Revue Française de Pédagogie*. 112, 85-118.

Sekiguchi Y. (2005). Development of mathematical norms in an eighth-grade japanese classroom. In: Chick H.L., Vincent J.L. (2005) (eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 4, 153-160. Melbourne: PME.

Sierpinska A., Lerman S. (1996). Epistemology of mathematics and of mathematics education. In: Bishop A.J. et al. (1996) (eds.). *International Handbook of Mathematics Education.* 827-876. Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publ.

Voigt J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning

mathematics. *Educational Studies in Mathematics.* 26, 275-298.
Voigt J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. In: Cobb P., Bauersfeld H. (1995) (eds.). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in class-room cultures.* 163-199. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates Pub.
Wittgenstein L. (1953). *Philosophical investigations.* N. York: Macmillan.
Yackel E., Cobb P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. 27(4), 458-477.

Traduzione di Ines Marazzani

damore@dm.unibo.it
vicencfont@menta.net
jgodino@ugr.es

Parole chiave: norme matematiche e sociomatematiche; contratto didattico; metacontratto; dimensione normativa; educazione matematica; approccio ontosemiotico.